

# DOWNLOAD



Matthias Römer · Karl Charon

## Mathematik in Lernumgebungen: Holzeisenbahn

Kreis & Kreisteile, Winkel, Messen –  
mit vernetzten Aufgaben  
eigenverantwortlich lernen

Downloadauszug aus  
dem Originaltitel:

**AOL**  
verlag



Das Werk als Ganzes sowie in seinen Teilen unterliegt dem deutschen Urheberrecht. Der Erwerber des Werkes ist berechtigt, das Werk als Ganzes oder in seinen Teilen für den eigenen Gebrauch und den **Einsatz im eigenen Unterricht** zu nutzen. Die Nutzung ist nur für den genannten Zweck gestattet, **nicht jedoch für** einen schulweiten Einsatz und Gebrauch, für die Weiterleitung an Dritte (einschließlich, aber nicht beschränkt auf Kollegen), für die Veröffentlichung im Internet oder in (Schul-)Intranets oder einen weiteren kommerziellen Gebrauch.

**Eine über den genannten Zweck hinausgehende Nutzung bedarf in jedem Fall der vorherigen schriftlichen Zustimmung des Verlages.**

**Verstöße gegen diese Lizenzbedingungen werden strafrechtlich verfolgt.**

**Download  
zur Ansicht**

## Sinnvoller Einsatz – didaktischer und methodischer Rahmen

Mit Lernumgebungen zu arbeiten bedeutet, den Kindern zu vertrauen. Vertrauen, dass jeder ein wenig Mathematik mitnimmt; vertrauen, dass es nicht tragisch ist, wenn jeder am Ende einer Stunde an einer anderen Stelle angekommen ist; vertrauen, dass es nicht ein Ergebnis gibt, das es herauszufinden gilt, sondern vielleicht 25 verschiedene Ergebnisse.

Lernumgebungen erfordern auf der anderen Seite aber auch den vollen Einsatz der Lehrkraft, denn jeder Schüler oder jede Gruppe ist an einer anderen Stelle, auf einem anderen Weg und bei einem anderen Problem. Das bedeutet, sowohl beratend als auch diagnostisch tätig zu sein und dies alles auf einer sehr individuellen Ebene, die versucht, jedem Schüler beim Betreiben von Mathematik gerecht zu werden. Das muss nicht immer funktionieren, darauf müssen Sie vorbereitet sein. Eine wichtige Voraussetzung ist aber in jedem Fall, dass das Unterrichtsarrangement so gestaltet ist, dass den Schülern ein möglichst guter Rahmen zur selbstständigen Tätigkeit geboten wird.

Lernumgebungen sind normalerweise für eine Doppelstunde konzipiert und können gut in einen kooperativen methodischen Rahmen eingebunden werden. Eine Anreicherung mit zusätzlichem Material kann in einigen Fällen sinnvoll sein und die Kopiervorlagen gut ergänzen. Es ist nicht immer notwendig, eine Lernumgebung passend zu einer gerade behandelten Thematik einzusetzen. Vielmehr ist es auch möglich, die Lernumgebungen als vernetzendes, wiederholendes Element zu verwenden, um die Sinnhaftigkeit von Mathematik an vielen Stellen zu verdeutlichen. Gleichzeitig greift man damit auf mathematische Themengebiete zurück, die bereits behandelt wurden, und aktiviert so vorhandenes Wissen bei den Schülern.

Im Sinne einer optimalen Nutzung der natürlichen Differenzierung, die in den Aufgaben steckt, sollte man nicht alle Lernenden alle Aufgaben bearbeiten lassen, sondern nach der einführenden Aufgabe die Schüler – eventuell nach einer Beratung durch die Lehrperson – über ihr weiteres Vorgehen entscheiden lassen. Natürlich ist auch die Einbindung von Lernumgebungen in Wochenpläne oder Freiarbeit möglich und sinnvoll.

Problemlos kann man auch einzelne Aufgaben aus einer Lernumgebung herauslösen und diese einzeln bearbeiten lassen. Viele der Aufgaben beinhalten in sich auch eine natürliche Differenzierung und damit eine steigende Progression hinsichtlich der kognitiven Tätigkeit.

In der Praxis bereits bewährt haben sich die Lernumgebungen als Aufgaben für ein regelmäßig geführtes Lerntagebuch oder auch als Langzeitaufgabe, bei der dem

Schüler immer wieder eine dezidierte Rückmeldung zu seinen individuellen Fortschritten gegeben wird. Gerade hierbei kommt das Prinzip der natürlichen Differenzierung zu seiner vollen Entfaltung. So eingesetzt kann der vernetzende Charakter wiederum wertvolle Beiträge zum Wiederholen und Üben leisten.

Eine reflektierende und individuelle Unterstützung ist bei Lernumgebungen besonders ertragreich und unterstützt den Lernprozess deutlich. Diese müssen nicht unbedingt umfangreich, sondern sollten eher pointiert sein und den Lernprozess des einzelnen Schülers kurz in den Blick nehmen.

## Aufbau des Buches


Jeder Lernumgebung ist ein ausführlicher Kommentar zugeordnet, der nicht nur eine Einordnung in allgemeine didaktische Prinzipien, in grundlegende Zielsetzungen von Mathematikunterricht, Kategorisierungen der Aufgaben nach Leitideen und Kompetenzbereichen sowie Anforderungsniveaus enthält, sondern natürlich auch die Lösungen zu den Aufgaben. Darüber hinaus finden Sie in vielen Fällen zusätzliche Internetlinks oder Literaturtipps, die ein weiteres Einlesen in das Thema ermöglichen oder eventuell an der einen oder anderen Stelle aktuellere Informationen liefern. Am Ende des Buches befinden sich Kopiervorlagen, die für einige der Lernumgebungen benötigt werden.

Wir haben versucht, die mathematischen Themen in Stichworten festzuhalten, die in der Lernumgebung schwerpunktmäßig vertreten sind. Es wäre gegen die Natur einer Lernumgebung, wenn diese Aufzählung als vollständig bezeichnet würde. Dennoch gibt sie einen guten Überblick und erleichtert die Auswahl zu bestimmten Zeitpunkten im Schuljahr.

Der nun vorliegende Band für die Klassenstufen 7 und 8 greift erneut eine Reihe von Umweltsituationen und mathematischen Situationen auf, um sie in Lernumgebungen zu entdecken, zu bearbeiten und zu diskutieren. Wir hoffen, eine spannende und anspruchsvolle Zusammenstellung interessanter Themen für Ihren Unterricht vorbereitet zu haben, die es Ihnen ermöglicht, motivierend, differenziert und kooperativ Mathematik zu unterrichten.

Wir wünschen Ihnen und insbesondere Ihren Schülern viel Spaß mit den Lernumgebungen und einen ertragreichen Mathematikunterricht. Wir freuen uns über Anregungen und Fragen zu unseren Ideen, die Sie gern an uns senden dürfen (matthiasroemer@gmx.de oder karlcharon@gmx.de).

  
Karl Charon

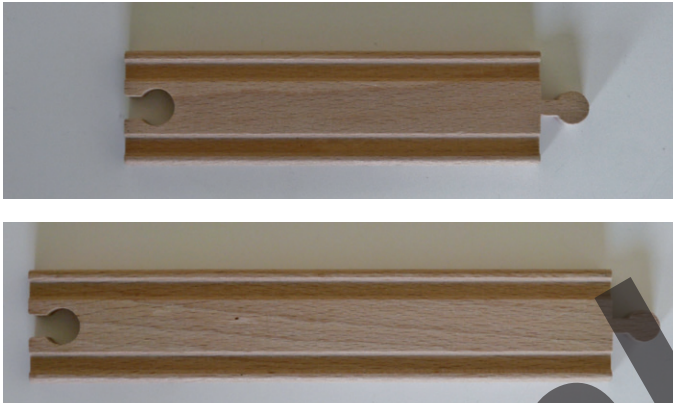
  
Matthias Römer

# Holzeisenbahn

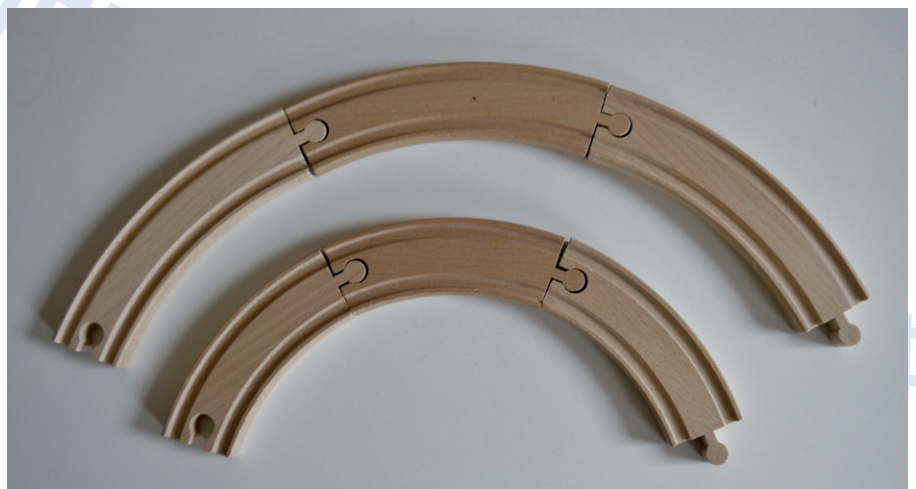
Es ist unklar, wer in Deutschland die erste Holzeisenbahn auf den Markt brachte. Die Vermutung liegt nahe, dass es einen engen zeitlichen Zusammenhang mit der ersten Eisenbahn in Deutschland 1835 gibt.

Holzeisenbahnen sind immer noch ein beliebtes Spielzeug. Auch wenn mittlerweile viele Züge elektrisch fahren und es jede Menge außergewöhnliches Zubehör gibt, bestehen die Gleise der Holzeisenbahn immer noch aus vier Grundelementen:

Lange und kurze Gerade sowie lange und kurze Kurve.











- 1
- Wie viele lange bzw. kurze Kurvenstücke benötigt man, um eine 180°-Kurve zu bauen?
  - Das Innere eines langen (kurzen) Kurvenstücks misst 14,4 cm (9,7 cm), das Äußere 17,6 cm (12,8 cm). Gib die jeweiligen Kurvenradien an. Beschreibe, wie du vorgehst.
  - In welchen Zusammenhängen könnte ein solcher Kurvenradius eine Rolle spielen?
  - Wenn zwei Züge auf (Kurven-)Schienen mit unterschiedlichen Radien fahren würden, wie müsste sich die Geschwindigkeit unterscheiden, damit sie auf gleicher Höhe nebeneinanderfahren?



- Wie müsste man Kurvenstücke zusammenstecken, damit – bezogen auf den Ein- und Ausgangspunkt – eine gerade Strecke entsteht?

- 2** Wenn Kinder älter werden, wechseln einige von der Holzeisenbahn zur elektrischen Modelleisenbahn. Diese sind in Deutschland nach wie vor sehr populär. Besonders erfolgreich ist bis heute die Größe H0, die einem Maßstab von 1:78 entspricht.

Auf den Bildern sind verschiedene Gleisstücke mit dem jeweiligen Kurvenradius und dem dazugehörigen Winkel angegeben. Der Radius wird jeweils für die Mitte des Bogenstückes angegeben.

 <p>62130 Radius 360 mm, Bogen 30°</p>	 <p>62115 Radius 360 mm, Bogen 15°</p>	 <p>62107 Radius 360 mm, Bogen 7,5°</p>	 <p>62230 Radius 437,5 mm, Bogen 30°</p>
 <p>62224 Radius 437,5 mm, Bogen 24,3°; entspricht dem Weichenbogen</p>	 <p>62215 Radius 437,5 mm, Bogen 15°</p>	 <p>62207 Radius 437,5 mm, Bogen 7,5°</p>	 <p>62206 Radius 437,5 mm, Bogen 5,7°; ergänzt den Weichenbogen auf 30°</p>

© Gebr. Märklin & Cie. GmbH, Göppingen

- a)** Was bedeutet die Anmerkung „entspricht dem Weichenbogen“ bei dem Kurvenstück mit der Nummer 62224? Warum kann man dieses Stück mit 62206 ergänzen? Fertige eine Zeichnung an, die das erklärt.
- b)** Wie viele Stücke einer jeweiligen Sorte werden für einen vollen Kreis benötigt? Welche Strecke wird dann auf dem jeweiligen Kreis von einer Lok zurückgelegt?

- 3** Im Wikipedia-Eintrag zum Kurvenradius findet sich folgender Satz:

„Im Schienenverkehr reicht das Spektrum typischer Radien von etwa 30 Metern (bei Straßenbahnen) bis zu einigen tausend Metern (beispielsweise bei Neubaustrecken des Hochgeschwindigkeitsverkehrs).“

(Quelle: <https://de.wikipedia.org/wiki/Kurvenradius>, abgerufen am 20.06.2016.)

- a)** Wie viele Meter müssen die jeweiligen Fahrzeuge mindestens zurücklegen, um eine 90°-Kurve zu fahren? Berechne beispielhaft die Streckenlängen für eine Straßenbahn und eine Eisenbahn mit einem Kurvenradius von 1000 m. Beurteile dein Ergebnis.
- b)** Begründe mit deinem Erfahrungs- und Alltagswissen, warum diese Kurvenradien so sein müssen.
- c)** Entsprechen die Kurvenradien im H0-Maßstab den echten Radien, die im Wikipedia-Text genannt werden? Wenn es Unterschiede gibt, erkläre sie.

## Allgemeines zum Gegenstand der Lernumgebung

Fast jeder hat schon einmal mit einer Eisenbahn gespielt. Auch wenn die Modellbahnen bekannter deutscher Hersteller eher von Jungen und vor allem auch erwachsenen Männern bespielt werden, so sind Holzeisenbahnen durchaus auch bei Mädchen im Kindesalter beliebt. Am faszinierendsten sind vor allem die unzähligen Variationsmöglichkeiten, die trotz der geringen Anzahl an Basiselementen zum Streckenbau zur Verfügung stehen.

In dieser Lernumgebung werden insbesondere Kurven einer näheren Betrachtung unterzogen und der Frage nachgegangen, inwieweit sich die Kurven der (Modell)bahnen voneinander unterscheiden.

## Didaktische Anmerkungen

Im Vordergrund dieser Lernumgebung stehen die Begriffe Kreis bzw. Kreisteile und Winkel sowie deren Zusammenhänge. Da es schwierig sein wird, für jeden Schüler in der Klasse die verschiedenen Schienenteile parat zu haben, spielt der geometrische Vorstellungsraum im Zusammenhang mit den verschiedenen Aufgaben ebenfalls eine besondere Rolle.

Das Zusammenstecken verschiedener Schienenstücke, die Beurteilung von Kombinationen und die Verbindung von Strecke und auch Geschwindigkeit fördern insbesondere das Problemlösen. Skizzen und Zeichnungen zum Lösen der Aufgaben sowie die pragmatische Nutzung von Werkzeugen (Geodreieck und Zirkel) sind unabdingbar. Propädeutisch wird die Winkelgeschwindigkeit thematisiert.

Kenntnisse über den Umfang des Kreises und dessen Berechnung sind für die Lernumgebung Voraussetzung.

## Grundlegende Ziele

Oft wird die Kreisberechnung wie auch die Berechnung von Kreisteilen eher formal abgehandelt. In dieser Lernumgebung soll die konkrete Vorstellung von Standardkreisbögen und deren Kombination in den Vordergrund rücken. Die Verknüpfung von Spielzeug und realistischen Angaben kann Zusammenhänge mit der Physik aufzeigen. So können eventuell Phänomene wie die Fliehkraft und deren Abhängigkeit vom Kurvenradius diskutiert werden.

Eine Nutzung verschiedener Heuristiken wird trainiert.

## Einordnung der Aufgaben

Aufgabe	Kompetenzbereich	Leitidee	Anforderungsbereich
1. a)	K2	L3	I
1. b)	K1, K2	L3	II
1. c)	K1	L3	II
1. d)	K2	L3	III
1. e)	K1	L3	II
2. a)	K1	L3	II
2. b)	K1	L3	II
3. a)	K2	L3	II
3. b)	K1	L3	II
3. c)	K1	L3	II

## Zu den Aufgaben & Lösungen

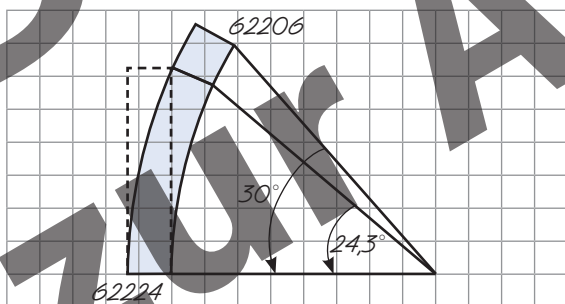
- 1** a) Man benötigt jeweils drei Kurvenstücke. Ein Kurvenstück entspricht einem Kreisbogen von  $60^\circ$ .
- b) Der Kurvenradius für die Innenschiene beträgt  $r = \frac{14,4 \text{ cm} \cdot 3}{\pi} = 13,75 \text{ cm}$  bzw.  $9,26 \text{ cm}$ .  
Bei Außenschienen sind es  $16,81 \text{ cm}$  bzw.  $12,22 \text{ cm}$ .
- c) Das könnte eine Bedeutung haben, wenn man ein Hindernis umfahren muss bzw. einen entfernten Schienenstrang erreichen muss.
- d) Da diese Aufgabe in dieser allgemeinen Form ziemlich anspruchsvoll ist, sollte man den Hinweis geben, dass zunächst mit zwei Zahlenbeispielen gearbeitet werden soll und sich dann der allgemeine Zusammenhang erschließt.

Da die entsprechenden Bögen proportional von den verschiedenen Radien abhängig sind, muss die Geschwindigkeit den Unterschied der jeweiligen Radien berücksichtigen. Das bedeutet, die Geschwindigkeit auf dem längeren Bogen muss die Geschwindigkeit auf dem kürzeren Bogen um jenen Prozentsatz übertreffen, um den die Bogenlänge bzw. der Radius die andere Bogenlänge bzw. den anderen Radius übertrifft.

- e) Man müsste insgesamt vier Kurvenstücke aneinanderstecken, damit man wieder „gerade“, also auf der gleichen Höhe aus der Kurve herauskommt (siehe Abbildung). Das hängt damit zusammen, dass nur mit vier Kurvenstücken eine achsensymmetrische Figur entstehen kann. Bei zwei Kurvenstücken entsteht eine Punktsymmetrie. Der Ausgang ist zwar gerade, erfolgt aber auf einer anderen Höhe.



- 2 a) Bei einer Weiche geht eine Schiene im selben Winkel von der Geraden ab. Wenn dieses Stück mit 62206 ergänzt wird, ist es äquivalent zu 62230.



Nummer	benötigte Stücke	Kreisbogenlänge
62130	12	ca. 2.262 mm
62115	24	ca. 2.262 mm
62107	48	ca. 2.262 mm
62230	12	ca. 2.749 mm
62224	ca. 15	ca. 2.749 mm
62215	24	ca. 2.749 mm
62207	48	ca. 2.749 mm
62206	ca. 63	ca. 2.749 mm

- 3 a) Bei der Straßenbahn sind es ca. 47 m, bei einem Radius von 1 000 m sind es ca. 1 570 m. Das macht deutlich, in welchen Dimensionen sich die Planung bei Schnellbahnstrecken bewegt. Bei Straßenbahnen sind aufgrund der Bebauung in den Städten größere Kurvenradien nicht möglich (siehe auch Teil b)).
- b) Das hat vor allem mit der Geschwindigkeit der Fahrzeuge und der Fliehkraft zu tun. Diese würde die Fahrzeuge bei entsprechender Geschwindigkeit aus der Kurve tragen, wenn sie zu eng wäre.
- c) Die Kurven im Modellbahnbereich sind enger als in der Realität, was auch an den Geschwindigkeiten, vor allem aber am begrenzten Platz für eine Modelleisenbahn liegt.

**Bildnachweis:**

Cover: © maurogrigollo – Fotolia.com

Seite 3: © Gebr. Märklin & Cie. GmbH, Göppingen

Bilder, die nicht aufgeführt sind, stammen von den Autoren.

**Download  
zur Ansicht**



# Engagiert unterrichten. Begeistert lernen.

Weitere [Downloads](#), [E-Books](#) und [Print-Titel](#) des umfangreichen AOL-Verlagsprogramms finden Sie unter:

[www.aol-verlag.de](http://www.aol-verlag.de)



**AOL**  
verlag

Hat Ihnen dieser Download gefallen? Dann geben Sie jetzt auf [www.aol-verlag.de](http://www.aol-verlag.de) direkt bei dem Produkt Ihre Bewertung ab und teilen Sie anderen Kunden Ihre Erfahrungen mit.

## Impressum

Mathematik erleben in Lernumgebungen – Klasse 7/8

**Matthias Römer** ist seit fast 20 Jahren Lehrer an Gesamt- und Gemeinschaftsschulen für Mathematik und Sozialkunde. Neben seiner Tätigkeit in der Schule führt er am Landesinstitut für Pädagogik und Medien Fortbildungen für Mathematiklehrerinnen und -lehrer durch und ist mit einem Teil seiner Arbeitszeit an die Universität des Saarlandes, Lehrstuhl für Mathematik und ihre Didaktik abgeordnet. Er hat einen Sohn.

**Karl Charon** ist seit zehn Jahren Lehrer an Gesamt- und Gemeinschaftsschulen für Mathematik und Physik. Davor schloss er eine Berufsausbildung zum Tischler ab und arbeitete als freiberuflicher Perkussionist. Zurzeit ist er mit sechs Stunden abgeordnet an den Lehrstuhl für Mathematik und ihre Didaktik, Universität des Saarlandes. Er ist Vater von zwei Söhnen.

© 2018 AOL-Verlag, Hamburg  
AAP Lehrerfachverlage GmbH  
Alle Rechte vorbehalten.

Veritaskai 3 · 21079 Hamburg  
Fon (040) 32 50 83-060 · Fax (040) 32 50 83-050  
info@aol-verlag.de · www.aol-verlag.de

Redaktion: Janina Zielecki  
Layout/Satz: Satzpunkt Ursula Ewert GmbH, Bayreuth  
Illustrationen: Satzpunkt Ursula Ewert GmbH, Bayreuth

Bestellnr.: 10358DA14

Das Werk als Ganzes sowie in seinen Teilen unterliegt dem deutschen Urheberrecht. Der Erwerber des Werkes ist berechtigt, das Werk als Ganzes oder in seinen Teilen für den eigenen Gebrauch und den Einsatz im Unterricht zu nutzen. Die Nutzung ist nur für den genannten Zweck gestattet, nicht jedoch für einen weiteren kommerziellen Gebrauch, für die Weiterleitung an Dritte oder für die Veröffentlichung im Internet oder in Intranets. Eine über den genannten Zweck hinausgehende Nutzung bedarf in jedem Fall der vorherigen schriftlichen Zustimmung des Verlages.

Sind Internetadressen in diesem Werk angegeben, wurden diese vom Verlag sorgfältig geprüft. Da wir auf die externen Seiten weder inhaltliche noch gestalterische Einflussmöglichkeiten haben, können wir nicht garantieren, dass die Inhalte zu einem späteren Zeitpunkt noch dieselben sind wie zum Zeitpunkt der Drucklegung. Der AOL-Verlag übernimmt deshalb keine Gewähr für die Aktualität und den Inhalt dieser Internetseiten oder solcher, die mit ihnen verlinkt sind, und schließt jegliche Haftung aus.

Engagiert unterrichten. Begeistert lernen.

**AOL**  
verlag